

Wahlaufgaben

Aufgabe 2015 W3a:

Zu einer verschobenen, nach oben geöffneten Normalparabel p **5,5 P** gehört die unvollständig ausgefüllte Wertetabelle.

x	0	1	2	3	4	5
y	11	6			3	

Geben Sie die Gleichung der Parabel p an.

Vervollständigen Sie die Wertetabelle.

Eine Gerade g hat die Steigung $m = -1$ und geht durch den Punkt $P(-2,5|6)$.

Weisen Sie rechnerisch nach, dass p und g keine gemeinsamen Punkte haben.

Eine Gerade h verläuft parallel zur Geraden g und geht durch den Scheitelpunkt von p .

Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes R der Geraden h mit der x -Achse.

Lösung 2015 W3a:

1. Bestimmung der Parabelgleichung p durch Berechnung:

$$p : y = x^2 + px + q$$

Allgemeine Parabelgleichung

$$P_1(0|11)$$

$$P_2(1|6)$$

Punktkoordinaten einsetzen

$$\text{I: } 11 = 0^2 + p \cdot 0 + q$$

$$\text{II: } 6 = 1^2 + p \cdot 1 + q$$

$$\text{I': } 11 = q$$

$$\text{II': } 6 = 1 + p + q$$

Seiten tauschen

$$\text{I': } q = 11$$

$$\text{II': } 1 + p + q = 6$$

$q = 11$ in II' einsetzen

$$q = 11$$

$$1 + p + 11 = 6$$

$$12 + p = 6$$

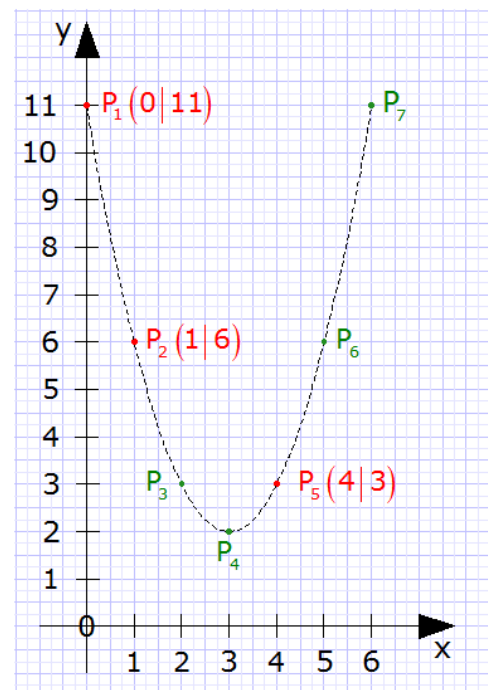
Zusammenfassen

$$p = -6$$

$$\underline{\underline{p : y = x^2 - 6x + 11}}$$

$$|-12$$

	P1	P2	P3	P4	P5	P6
x	0	1	2	3	4	5
y	11	6			3	



Lösung 2015 W3a:

2. Vollständige Wertetabelle:

$$p: y = x^2 - 6x + 11 \quad x = 2$$

$$y = 2^2 - 6 \cdot 2 + 11$$

$$y = 4 - 12 + 11$$

$$\underline{y = 3}$$

$$\underline{P_3(2|3)}$$

$$p: y = x^2 - 6x + 11 \quad x = 3$$

$$y = 3^2 - 6 \cdot 3 + 11$$

$$y = 9 - 18 + 11$$

$$\underline{y = 2}$$

$$\underline{P_4(3|2)}$$

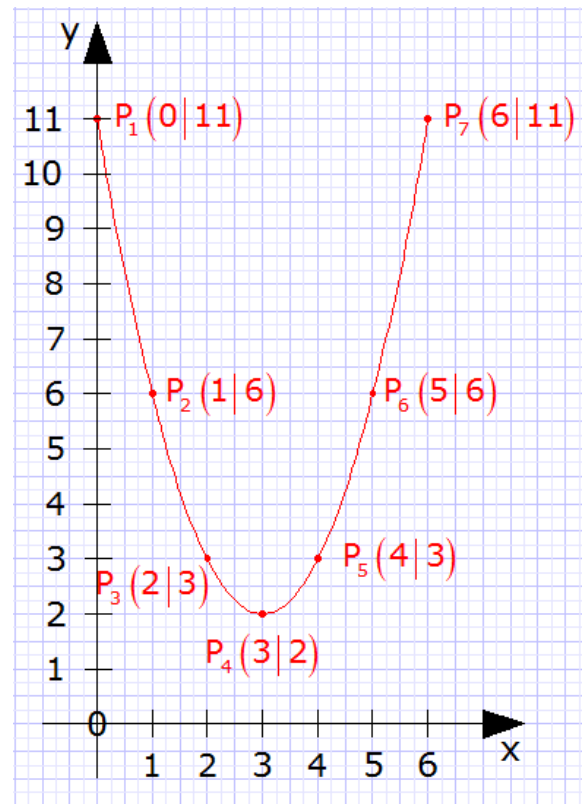
$$p: y = x^2 - 6x + 11 \quad x = 5$$

$$y = 5^2 - 6 \cdot 5 + 11$$

$$y = 25 - 30 + 11$$

$$\underline{y = 6}$$

$$\underline{P_6(5|6)}$$



Lösung 2015 W3a:

3. Rechnerischer Beweis, dass p und g keinen gemeinsamen Punkt besitzen:

$$y = m \cdot x + b \quad \text{Allgemeine Geradengleichung}$$
$$y = -1 \cdot x + b \quad m = -1$$
$$y = -x + b \quad P(-2,5 | 6) \text{ Punktkoordinaten einsetzen}$$

$$6 = -(-2,5) + b$$
$$6 = 2,5 + b \quad \text{Seiten tauschen}$$
$$2,5 + b = 6 \quad | -2,5$$

$$b = 3,5$$

$$g: y = -x + 3,5$$

$$\text{I: } y = x^2 - 6x + 11 \quad \text{Gleichsetzungsverfahren}$$
$$\text{II: } y = -x + 3,5$$

$$x^2 - 6x + 11 = -x + 3,5 \quad | +x$$
$$x^2 - 5x + 11 = 3,5 \quad | -3,5$$
$$x^2 - 5x + 7,5 = 0 \quad \text{Normalform einer quadratischen Gleichung}$$

$$x^2 - 5x + 7,5 = 0$$
$$x^2 + px + q = 0 \quad p \text{ und } q \text{ bestimmen}$$

$$p = -5$$

$$q = 7,5$$

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \quad \text{Lösungsformel}$$

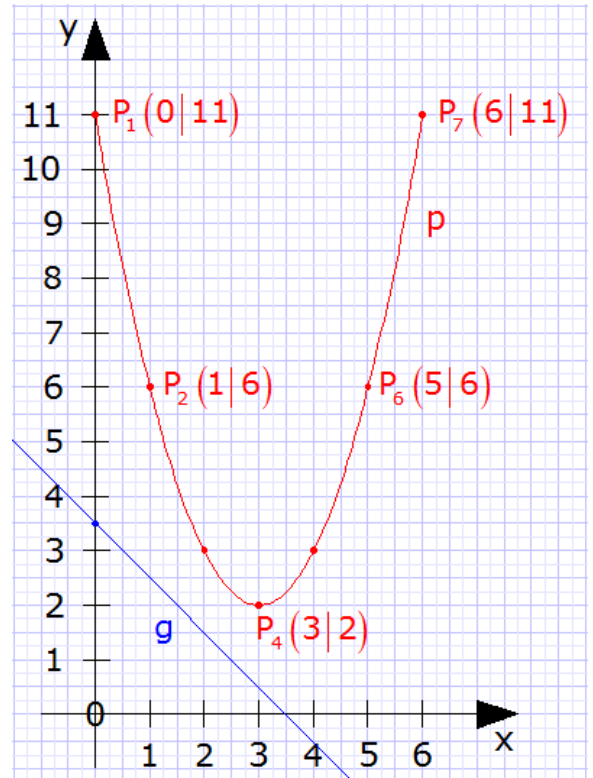
$$x_{1,2} = -\frac{-5}{2} \pm \sqrt{\frac{(-5)^2}{4} - 7,5}$$

$$x_{1,2} = 2,5 \pm \sqrt{\frac{25}{4} - 7,5}$$

$$x_{1,2} = 2,5 \pm \sqrt{6,25 - 7,5}$$

$$x_{1,2} = 2,5 \pm \sqrt{-1,25}$$

$$D = -1,25 \Rightarrow D < 0 \Rightarrow \text{unlösbar} \Rightarrow \text{keine gemeinsamen Schnittpunkte}$$



Lösung 2015 W3a:

4. Berechnung der Koordinaten des Schnittpunktes R:

$$\begin{aligned} y &= m \cdot x + b && \text{Allgemeine Geradengleichung} \\ y &= -1 \cdot x + b && m = -1, \text{ da } g \text{ und } h \text{ parallel} \\ y &= -x + b && S(3|2) \text{ Punktkoordinaten einsetzen} \\ 2 &= -3 + b && \text{Seiten tauschen} \\ -3 + b &= 2 && | +3 \\ \underline{b} &= 5 \\ \underline{h: y} &= -x + 5 \\ \text{I: } y &= -x + 5 && \text{Gleichung der } x\text{-Achse: } y = 0 \\ \text{II: } y &= 0 && \text{Gleichsetzungsverfahren} \\ -x + 5 &= 0 && | -5 \\ -x &= -5 && | \cdot (-1) \\ \underline{x} &= 5 \\ \underline{\underline{R(5|0)}} \end{aligned}$$

