Wahlaufgaben

Aufgabe 2016 W3b:

Eine Parabel p_1 hat die Gleichung $y = \frac{1}{4}x^2 + c$ und geht durch den Punkt $R(4|0)$. **4,5 P**

Eine nach unten geöffnete Normalparabel p_2 hat die Gleichung $y = -x^2 + 1$.

Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte P und Q von p_1 und p_2.

Die Scheitelpunkte S_1 und S_2 sowie die Schnittpunkte P und Q der beiden Parabeln bilden das Viereck S_1PS_2Q.

Mia Behauptet: "Das Viereck S_1PS_2Q hat zwei rechte Winkel."
Hat Mia Recht?
Begründen Sie Ihre Antwort durch Rechnung.

Lösung 2016 W3b:

1. Berechnung der Funktionsgleichung der Parabel p_1:

$p_1: y = \frac{1}{4}x^2 + c$ $\quad |R(4|0)$ Punktkoordinaten einsetzen

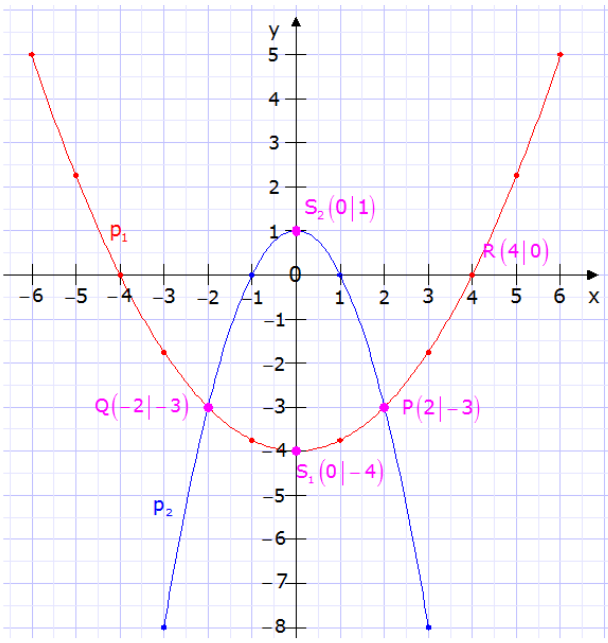
$0 = \frac{1}{4}\cdot 4^2 + c$

$0 = \frac{1}{4}\cdot 16 + c$

$0 = 4 + c$ $\quad$ Seiten tauschen

$4 + c = 0$ $\quad |-4$

$\underline{c = -4}$ $\quad \Rightarrow \underline{p_1: y = \frac{1}{4}x^2 - 4}$ $\quad$ Funktionsgleichung der Parabel p_1



2. Berechnung der Schnittpunkte P und Q der Parabeln p_1 und p_2:

$$\left.\begin{array}{l} \text{I}: y = \frac{1}{4}x^2 - 4 \\ \text{II}: y = -x^2 + 1 \end{array}\right|$$ Gleichsetzungsverfahren

$\text{I} = \text{II}: \frac{1}{4}x^2 - 4 = -x^2 + 1$

$0{,}25x^2 - 4 = -x^2 + 1$ $\quad |+x^2 - 1$

$1{,}25x^2 - 5 = 0$ $\quad |+5$

$1{,}25x^2 = 5$ $\quad |:1{,}25$

$x^2 = 4$ $\quad |\sqrt{\ }$

$\underline{x_1 = 2}$

$\underline{x_2 = -2}$

$\text{I}: y_1 = \frac{1}{4}\cdot 2^2 - 4$ $\quad x_1 = 2$ in I einsetzen

$y_1 = \frac{1}{4}\cdot 4 - 4$

$y_1 = 1 - 4$

$\underline{y_1 = -3}$ $\quad \Rightarrow \underline{\underline{P(2|-3)}}$

$\text{I}: y_2 = \frac{1}{4}x^2 - 4$ $\quad x_2 = -2$ in I einsetzen

Lösung 2016 W3b:

$y_1 = \frac{1}{4} \cdot 4 - 4$

$y_1 = 1 - 4$

$\underline{y_1 = -3} \quad \Rightarrow \underline{\underline{P(2|-3)}}$

$I: y_2 = \frac{1}{4}x^2 - 4$ $\quad$ $x_2 = -2$ in I einsetzen

$y_2 = \frac{1}{4} \cdot (-2)^2 - 4$

$y_2 = \frac{1}{4} \cdot 4 - 4$

$y_2 = 1 - 4$

$\underline{y_2 = -3} \quad \Rightarrow \underline{\underline{Q(-2|-3)}}$

3. Berechnung der Scheitelpunkte S_1 und S_2:

$p_1: y = \frac{1}{4}x^2 - 4$ $\quad$ gestauchte Normalparabel, die 4 Schritte in y-Richtung nach unten verschoben ist

$\underline{S_1(0|-4)}$

$p_2: y = -x^2 + 1$ $\quad$ nach unten geöffnete Normalparabel, die 1 Schritt in y-Richtung nach oben verschoben ist

$\underline{S_2(0|1)}$

4. Berechnung der Winkel α und β:

$\underline{\overline{S_1S_2} = 5}$ $\quad$ y-Koordinaten der Punkte S_1 und S_2

$\overline{S_2P}^2 = \overline{S_2M}^2 + \overline{MP}^2$

$\overline{S_2P}^2 = 4^2 + 2^2$

$\overline{S_2P}^2 = 16 + 4$

$\overline{S_2P}^2 = 20 \quad |\sqrt{\ }$

$\underline{\overline{S_2P} = \sqrt{20}}$

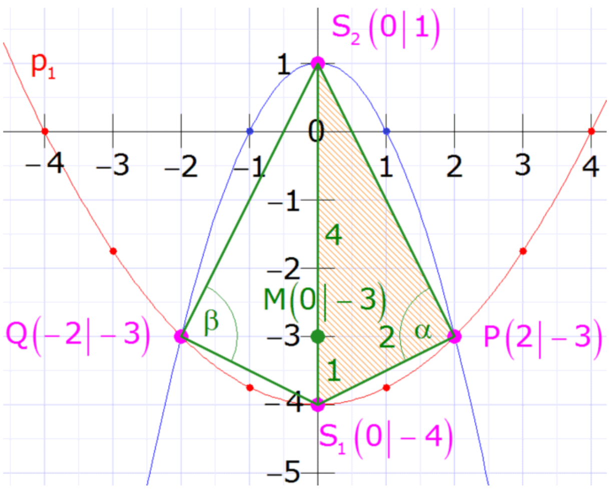
$\overline{PS_1}^2 = \overline{MP}^2 + \overline{MS_1}^2$

$\overline{PS_1}^2 = 2^2 + 1^2$

$\overline{PS_1}^2 = 4 + 1$

$\overline{PS_1}^2 = 5 \quad |\sqrt{\ }$

$\underline{\overline{PS_1} = \sqrt{5}}$



Wenn $\Delta_{S_1S_2P}$ rechtwinklig $\Leftrightarrow \overline{PS_2}^2 + \overline{PS_1}^2 = \overline{S_1S_2}^2$ $\quad$ Satz des Pythagoras ist in beide Richtungen gültig !!!!!!!!

$\overline{PS_2}^2 + \overline{PS_1}^2 = \overline{S_1S_2}^2$

$\sqrt{20}^2 + \sqrt{5}^2 = 5^2$

$\underline{20 + 5 = 25} \quad \Rightarrow \underline{\underline{\alpha = 90°}}$

$\underline{\underline{\beta = 90°}}$

Antwort: Mia hat Recht.