

Wahlaufgaben

Aufgabe 2017 W1b:

Gegeben sind ein rechtwinkliges Trapez ABCD und ein regelmäßiges Sechseck.

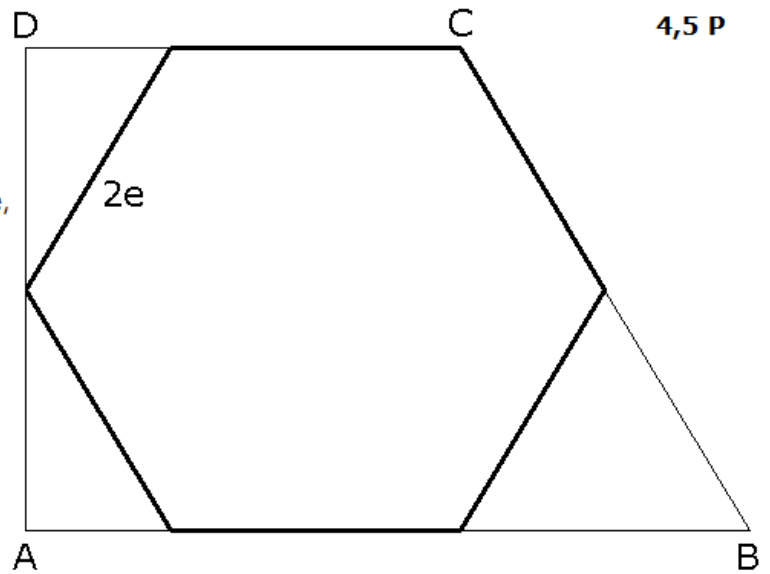
4,5 P

Die Eckpunkte des Sechsecks liegen auf den Seiten des Trapezes (siehe Skizze).

Zeigen Sie ohne Verwendung gerundeter Werte, dass für den Flächeninhalt des Trapezes ABCD gilt:

$$A = 8e^2\sqrt{3}$$

Geben Sie die Länge der Diagonalen \overline{AC} ohne Verwendung gerundeter Werte an.



Strategie 2017 W1b:

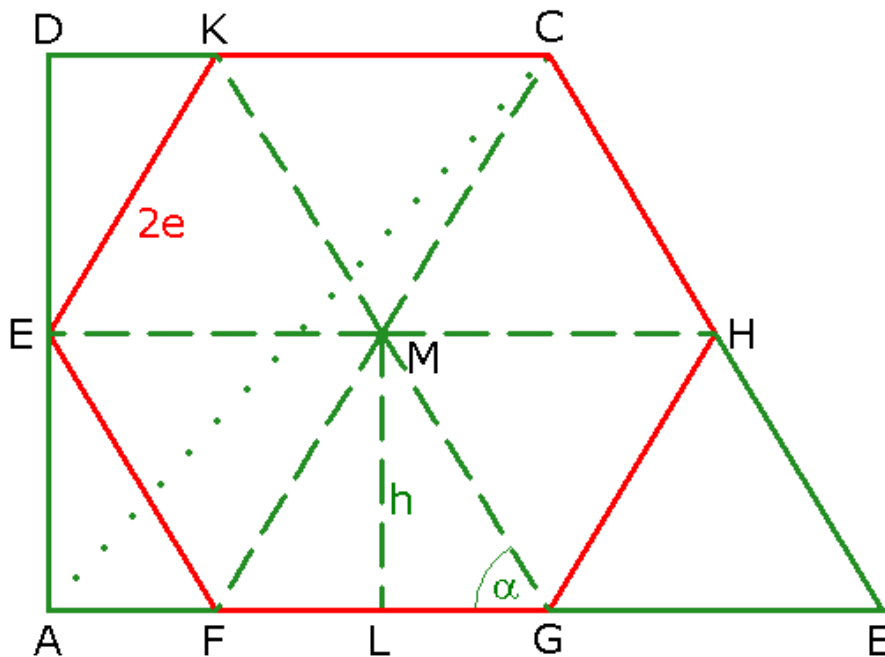
Gegeben:

$2e$

Gesucht:

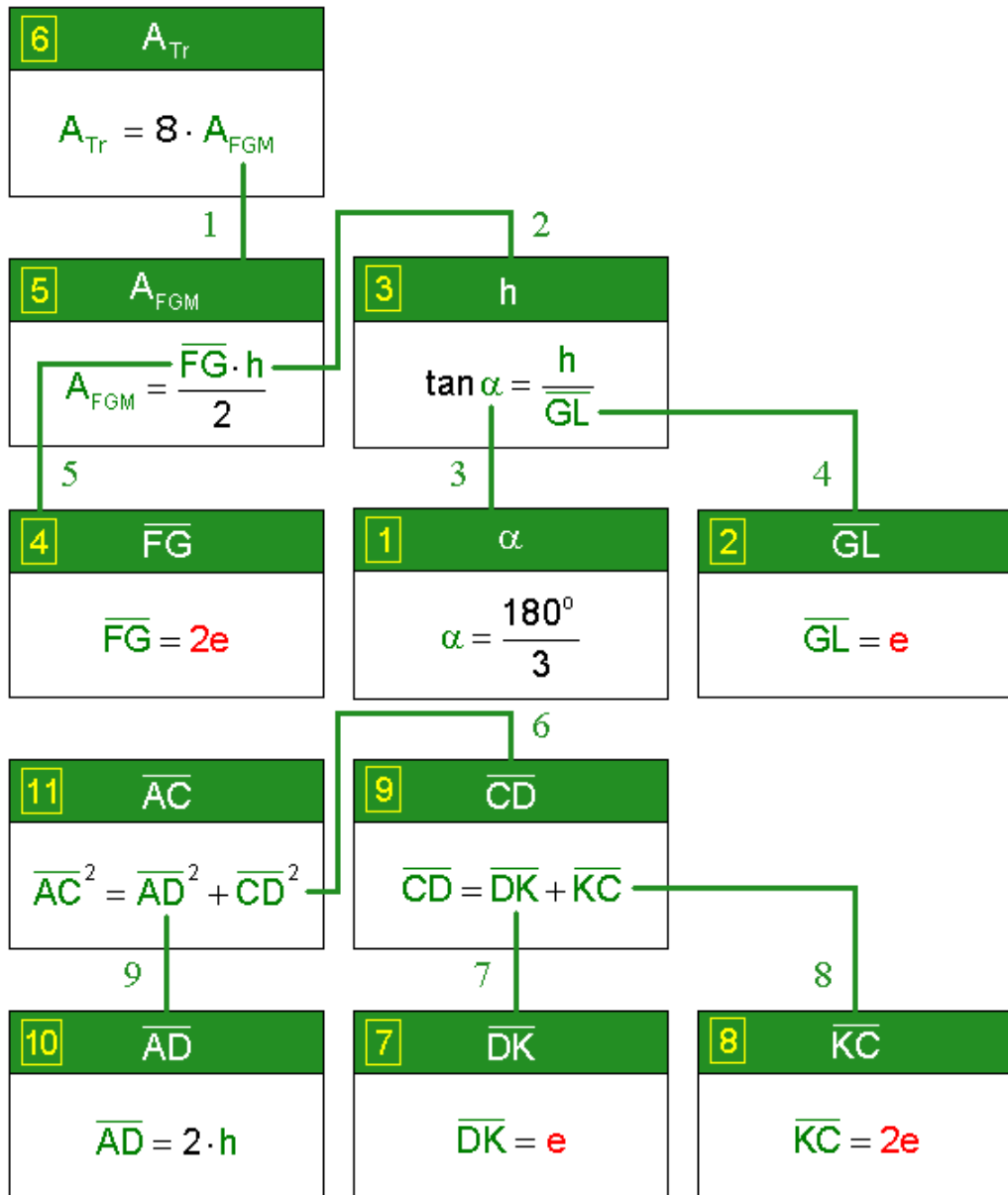
$$A_{Tr} = 8e^2\sqrt{3}$$

Skizze:



Strategie 2017 W1b:

Struktogramm:



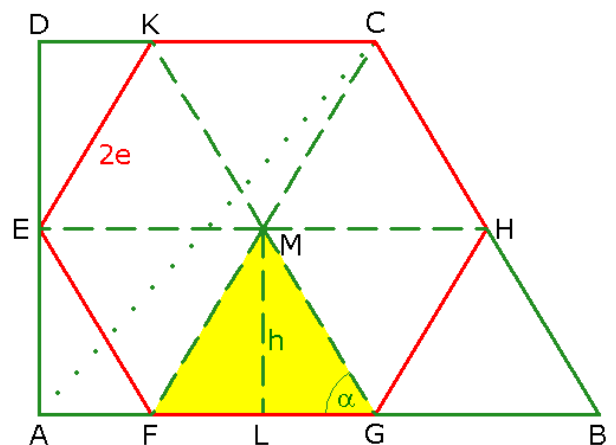
Lösung 2017 W1b:

1. Berechnung des Winkels α :

$$\alpha = \frac{180^\circ}{3}$$

Ein regelmäßiges Sechseck besteht aus 6 gleichseitigen Dreiecken

$$\alpha = 60^\circ$$



Lösung 2017 W1b:

2. Berechnung der Strecke \overline{GL} :

$\overline{GL} = \frac{2e}{2}$ Das gleichseitige Dreieck FGM ist spiegelsymmetrisch zu h

$\overline{GL} = e$

3. Berechnung der Dreieckshöhe h:

$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{h}{\overline{GL}}$ Tangensfunktion im rechtwinkligen gelben Teildreieck GLM

$\tan 60^\circ = \frac{h}{e}$ $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$

$\sqrt{3} = \frac{h}{e}$ Seiten tauschen

$\frac{h}{e} = \sqrt{3}$ $\cdot e$

$h = e\sqrt{3}$

4. Berechnung der Strecke \overline{FG} :

$\overline{FG} = 2e$

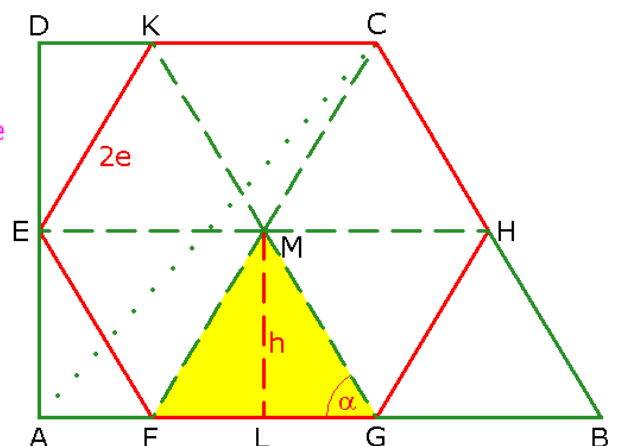
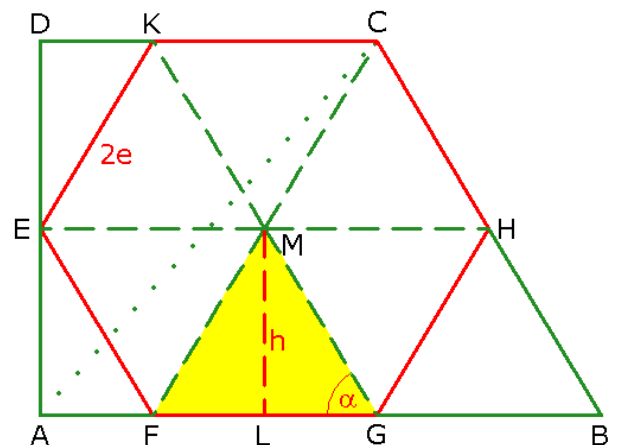
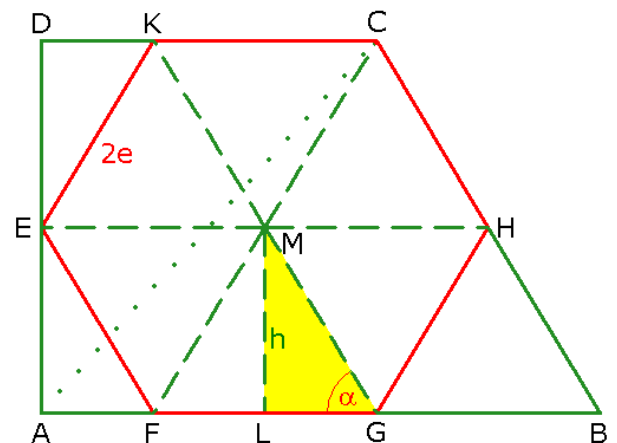
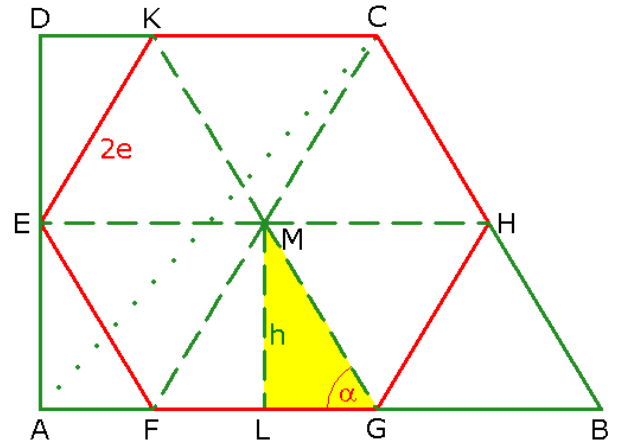
$\overline{FG} = 2e$

5. Berechnung der Dreiecksfläche A_{FGM} :

$A_{FGM} = \frac{\text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}}{2} = \frac{\overline{FG} \cdot h}{2}$ Formel für Dreiecksfläche

$A_{FGM} = \frac{2e \cdot e\sqrt{3}}{2}$

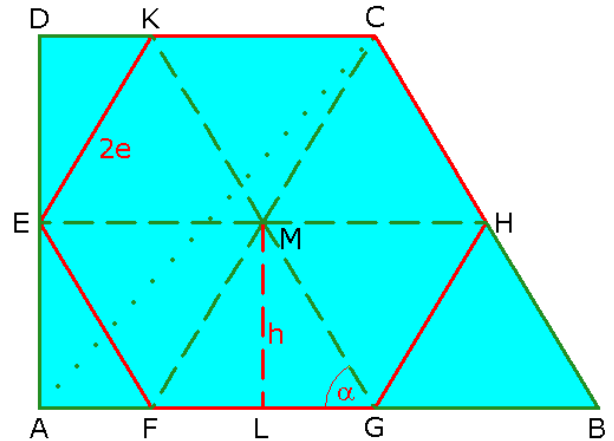
$A_{FGM} = e^2\sqrt{3}$



Lösung 2017 W1b:

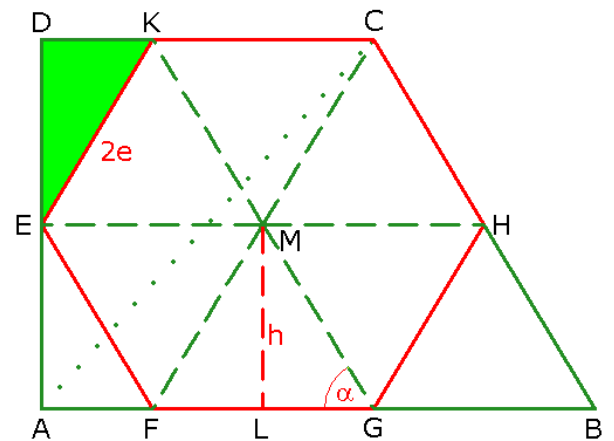
6. Berechnung der Trapezfläche A_{Tr} :

$A_{Tr} = 8 \cdot A_{FGM}$ Das Trapez ABCD besteht aus 7 gleichseitigen Dreiecken plus Dreieck DEK und Dreieck AEF, die sich zu einem gleichseitigen Dreieck ergänzen.
 $A_{Tr} = 8e^2\sqrt{3}$



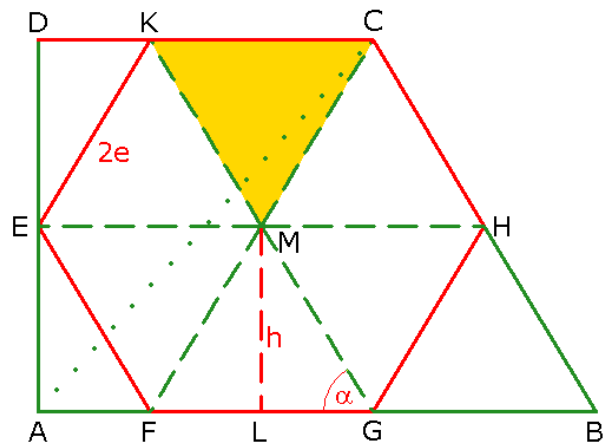
7. Berechnung der Strecke \overline{DK} :

$\overline{DK} = e$ Dreieck DEK ist die Hälfte von Dreieck FGM
 $\overline{DK} = e$



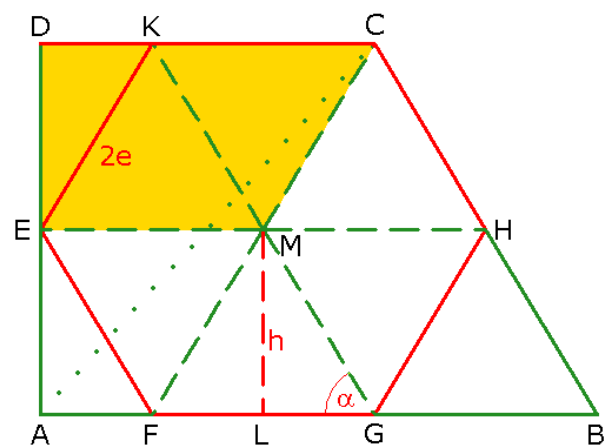
8. Berechnung der Strecke \overline{KC} :

$\overline{KC} = 2e$ Seite des regelmäßigen Sechsecks
 $\overline{KC} = 2e$



9. Berechnung der Strecke \overline{CD} :

$\overline{CD} = \overline{DK} + \overline{KC}$
 $\overline{CD} = e + 2e$
 $\overline{CD} = 3e$



Lösung 2017 W1b:

10. Berechnung der Strecke \overline{AD} :

$$\overline{AD} = 2 \cdot h$$

$$\overline{AD} = 2 \cdot e\sqrt{3}$$

$$\underline{\underline{\overline{AD} = 2e\sqrt{3}}}$$

11. Berechnung der Strecke \overline{AC} :

$$\overline{AC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{DC}^2$$

$$\overline{AC}^2 = (2e\sqrt{3})^2 + (3e)^2$$

$$\overline{AC}^2 = 4e^2 \cdot 3 + 9e^2$$

$$\overline{AC}^2 = 12e^2 + 9e^2$$

$$\overline{AC}^2 = 21e^2$$

$\sqrt{\quad}$

$$\underline{\underline{\overline{AC} = e\sqrt{21}}}$$

